

Entreguen solo una respuesta por equipo.

Triangulaciones y cuadrangulaciones

Durante la prueba, denotaremos por P_m un polígono regular de m lados, y llamaremos A_1, A_2, \dots, A_m a sus vértices. Por ejemplo, P_3 es un triángulo equilátero, P_4 es un cuadrado y P_5 es un pentágono regular. Siempre dibujaremos P_m inscrito en un círculo. Una diagonal es un segmento conectando dos vértices no consecutivos del polígono.

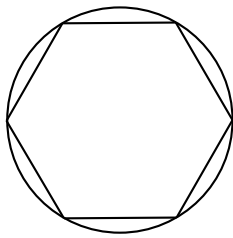


Figura 1: El polígono P_6 .

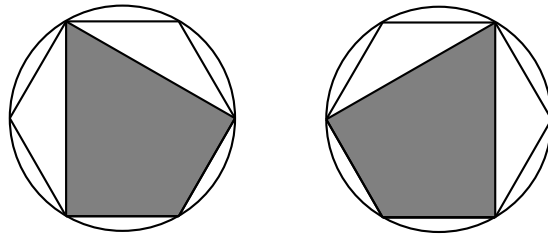
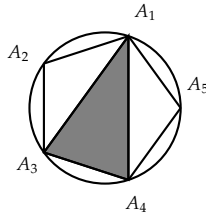


Figura 2: Ejemplo de dos cuadriláteros distintos en P_6 .

Observación: En esta prueba sólo serán considerados polígonos con ángulos interiores menores a 180° . Además, si dos polígonos tienen vértices distintos se consideran distintos.

Problema 1. Dibuje todos los triángulos que pueden formarse con los vértices de P_5 . ¿Cuántos son? La figura incluye un ejemplo



Problema 2.

- (a) En P_{10} , ¿cuántos triángulos con vértices en P_{10} tienen a la diagonal A_1A_6 como lado?
- (b) En el mismo P_{10} , ¿cuántos cuadriláteros con vértices en P_{10} tienen a la diagonal A_1A_6 como lado?

Problema 3. Dibuje todos los cuadriláteros cuyos lados sean diagonales completas o lados de P_6 . ¿Cuántos cuadriláteros son en total?

Indicación: Para los próximos problemas, puede usar que la suma de los ángulos interiores de un polígono (no necesariamente regular) de n lados, es $180 \cdot (n - 2)$ grados.

Una **triangulación** de un polígono es una división del polígono en triángulos, utilizando sólo sus lados y diagonales que no se crucen.

La siguiente figura muestra una triangulación de P_8 .

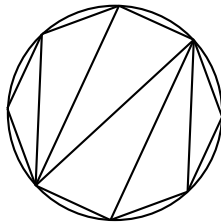


Figura 3: Ejemplo de una triangulación de P_8 .

Problema 4. Encuentre todas las triangulaciones de P_6 (con vértices A_1, \dots, A_6) que utilizan la diagonal A_1A_4 . ¿Cuántas son?

Problema 5.

- (a) Dibuje una triangulación de P_6 . ¿Cuántos triángulos tiene?
- (b) Demuestre que todas las triangulaciones de P_6 tienen el mismo número de triángulos.

Una **cuadrangulación** de un polígono es una división del polígono en cuadriláteros, utilizando sólo sus lados y diagonales que no se crucen. La siguiente figura muestra una cuadrangulación de P_8 .

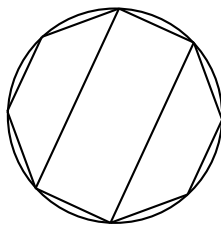


Figura 4: Ejemplo de una cuadrangulación de P_8 .

Problema 6. ¿Es posible cuadrangular P_5 ? ¿Y P_6 ?

Problema 7. Dibuje una cuadrangulación de P_{12} . ¿Cuántos cuadriláteros tiene?