

XIII



Primera Fecha

25 de Abril de 2015

Nivel 3

Individual

Entregue la solución de cada pregunta en hojas separadas.

1 a. Sean x, y, z números reales. Demuestre que:

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz)$$

b. Sean x, y números reales positivos tales que $x^3 + y^3 + (x + y)^3 + 30xy = 2000$. Demuestre que $x + y = 10$.

2 Son dados un triángulo equilátero $\triangle ABC$ y un punto D sobre el lado \overline{BC} . Sea E un punto sobre el lado \overline{AB} tal que $\angle CAD = \angle BDE$. La recta \overleftrightarrow{DE} y la recta paralela a \overline{AB} que pasa por C se intersecan en un punto F . Pruebe que $AD = EF$.

Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.